

Ejercicios MOBI M1 – M2 pt. 1

Universidad de Los Andes · 2026-20

Juliana Quintana Rojas M.Sc.

Ejercicio 1

Una estación de peajes tiene dos carriles de pago independientes. Los vehículos en el carril 1 llegan según un proceso de Poisson con tasa $\lambda_1 = 15$ vehículos/hora, y en el carril 2 según un proceso de Poisson independiente con tasa $\lambda_2 = 20$ vehículos/hora.

- a) Calcule la tasa combinada de llegada de vehículos a la estación.
- b) Calcule la probabilidad de que lleguen exactamente 10 vehículos (de cualquier carril) en un periodo de 15 minutos.

Ejercicio 2

A un centro de soporte técnico llegan tickets según un proceso de Poisson con tasa $\lambda = 12$ tickets/hora. Cada ticket es clasificado, de forma independiente, como "urgente" con probabilidad $p = 0.25$.

- a) Calcule la tasa del proceso de tickets urgentes.
- b) Calcule la probabilidad de que lleguen al menos 3 tickets urgentes en un periodo de 2 horas.
- c) Calcule la probabilidad de que transcurran más de 20 minutos entre dos tickets urgentes consecutivos.

Ejercicio 3

A una fábrica llegan pedidos de dos clientes de forma independiente: el cliente A según un proceso de Poisson con $\lambda_A = 4$ pedidos/hora, y el cliente B con $\lambda_B = 6$ pedidos/hora. Cada pedido combinado (sin importar el cliente) es adicionalmente clasificado como "urgente" con probabilidad $p = 0.30$, de forma independiente.

- a) Calcule la tasa del proceso de pedidos urgentes combinados.
- b) Calcule la probabilidad de que el próximo pedido en llegar sea del cliente A.
- c) Calcule la probabilidad de que lleguen exactamente 2 pedidos urgentes en 1 hora.

Ejercicio 4

Escriba el pseudocódigo completo (generación de números pseudoaleatorios con LCG + transformada inversa + cálculo de la métrica) para estimar mediante simulación de Monte Carlo el valor de la integral $I = \int_0^2 x^2 dx$, usando N réplicas.

Calcule también el valor exacto de la integral para comparar con el resultado de la simulación.

Ejercicio 5

Escriba el pseudocódigo completo (LCG + transformada inversa + condición + métricas con fórmulas) para estimar mediante Monte Carlo la probabilidad de que la suma de dos variables aleatorias independientes Exponencial($\lambda=2$) sea mayor a 1.5.

Calcule también la solución analítica exacta usando la distribución Erlang, para comparar.

Ejercicio 6

Escriba el pseudocódigo completo de una simulación de Monte Carlo (LCG + transformada inversa + condición + métricas) para estimar la confiabilidad de un sistema en serie de 3 componentes independientes, cada uno con vida útil Weibull(forma $k=2$, escala $\lambda_w=1000$ horas). El sistema falla si al menos un componente falla antes de $t=500$ horas.

Calcule también la confiabilidad analítica exacta del sistema.

Ejercicio 7

Se corrieron 10 réplicas de una simulación del tiempo de espera en fila de un banco (en minutos): 4.2, 5.1, 3.8, 4.9, 5.5, 4.0, 4.6, 5.2, 4.3, 4.8.

Calcule el estimador de la media, la desviación estándar muestral, el error estándar de la media y el intervalo de confianza al 95%.

Ejercicio 8

En una simulación Monte Carlo de confiabilidad con $N=1000$ réplicas, en 214 de ellas el sistema falló antes de la meta establecida.

Calcule $\hat{p}$ (probabilidad estimada de falla), su error estándar, el intervalo de confianza al 95%, y el coeficiente de variación (CV) de la estimación.

Ejercicio 9

A una cafetería llegan en promedio 45 clientes por hora, y se observa que en promedio hay 6 clientes dentro del local (en fila o siendo atendidos).

Usando la Ley de Little, calcule el tiempo promedio que un cliente pasa dentro de la cafetería.

Ejercicio 10

En un taller mecánico llegan en promedio 1 carro por hora. El tiempo promedio que un carro espera en el patio (sin incluir el tiempo de reparación) es de 3.5 horas.

a) Use la Ley de Little para calcular el número promedio de carros esperando en el patio (L_q).

b) Si además se sabe que el número promedio total de carros en el taller (esperando + en reparación) es de 10, calcule el tiempo promedio total W que un carro pasa en el taller.

Ejercicio 11

Clasifique los siguientes sistemas usando la notación de Kendall ($A/B/c$ o $A/B/c/K$):

a) Un cajero automático con llegadas Poisson, tiempo de servicio exponencial, 1 servidor y capacidad infinita.

b) Una peluquería con 3 estilistas, llegadas Poisson, tiempos de servicio exponenciales, y capacidad de espera para un máximo de 10 personas en el local.

Ejercicio 12

Un centro de llamadas tiene 5 operadores. Las llamadas llegan según un proceso de Poisson, pero el tiempo de atención sigue una distribución General (no exponencial, obtenida empíricamente). El centro solo tiene capacidad física para 5 llamadas simultáneas (una por operador, sin fila de espera).

Escriba la notación de Kendall completa para este sistema y explique qué significa cada símbolo.

Ejercicio 13

Deduzca la fórmula de transformada inversa para generar una variable aleatoria Exponencial(λ) a partir de un número $U \sim \text{Uniforme}(0,1)$.

Ejercicio 14

La distribución de Pareto tiene función de distribución acumulada $F(x)=1-(x_m/x)^\alpha$ para $x \geq x_m$, con x_m (escala) y α (forma) parámetros positivos.

Deduzca la fórmula de transformada inversa para generar esta variable a partir de $U \sim \text{Uniforme}(0,1)$.

Ejercicio 15

Sea X una variable aleatoria discreta con función de masa de probabilidad $P(X=1)=0.2$, $P(X=2)=0.5$, $P(X=3)=0.3$.

Use el método de la transformada inversa para diseñar el algoritmo completo de generación de X a partir de un número $U \sim \text{Uniforme}(0,1)$, indicando explícitamente los intervalos de U que corresponden a cada valor.

Ejercicio 16

Explique qué es la Lista de Eventos Futuros (FEL, por sus siglas en inglés) en una simulación de eventos discretos, y qué información mínima debe contener cada entrada de la lista.

Ejercicio 17

En una simulación de una cola $M/M/1$, en el instante actual (reloj de simulación $t=10$) la Lista de Eventos Futuros contiene: (Llegada, $t=10.8$), (Fin de servicio, $t=11.2$), (Llegada, $t=12.5$).

- a) ¿Cuál evento se procesa a continuación?
- b) Después de procesarlo, se genera un nuevo evento de llegada programado para $t=13.1$. ¿Cómo queda la FEL ordenada?
- c) Explique qué acciones dispara procesar un evento de tipo "Llegada" cuando el sistema está vacío, y cuando el servidor ya está ocupado.

Ejercicio 18

Para una cola $M/M/1$ se generaron los siguientes tiempos entre llegadas (en horas) para los primeros 3 clientes: 0.10, 0.25, 0.05; y los siguientes tiempos de servicio: 0.08, 0.15, 0.10.

Calcule el instante de llegada, el instante de inicio de servicio y el instante de fin de servicio de cada cliente, y el tiempo que cada uno esperó en fila (W_q).

Ejercicio 19

Con los mismos datos del ejercicio anterior, calcule el tiempo total en el sistema (W) de cada cliente, y el promedio de W y de W_q de los 3 clientes simulados.

Ejercicio 20

Diseñe el algoritmo completo (pseudocódigo) de una simulación de eventos discretos para un sistema $M/M/1$, usando el enfoque de Lista de Eventos Futuros (no la fórmula recursiva de inicio/fin). El algoritmo debe manejar explícitamente los eventos "Llegada" y "Fin de servicio", el estado del sistema (número de clientes en el sistema, estado del servidor), y debe acumular las estadísticas necesarias para calcular L (usando el área bajo la curva del número de clientes en el sistema a lo largo del tiempo) y ρ (fracción de tiempo que el servidor está ocupado).